

Эстетическая привлекательность математических заданий

Н. А. Шкильменская

Как известно, обучение математике имеет смысл тогда, когда учащиеся заинтересованы в получении новых математических знаний. Значительную роль в процессе формирования интереса играют задачи, особенно эстетически привлекательные. Раскрывая содержание эстетического потенциала математической задачи, можно выделить один из аспектов взаимосвязи математики и искусства, основу которого составляют учения о симметрии и таких её частных проявлениях, как пропорция и периодичность.

Слово *симметрия* происходит от греческого *συμμετρία* (*συμ* – производная от *σύν* – «вместе, совместно», *μετρον* – «мера») и означает «совместная мера», «соразмерность». Соразмерность левого и правого в билатеральной симметрии мы наблюдаем с первых минут жизни. Эстетическая ценность симметрии для человека во многом объясняется господством симметрии в природе. С детства человек привыкает к билатерально симметричным родителям, затем у него появляются билатерально симметричные друзья; он видит зеркальную симметрию в бабочках, птицах, рыбах, животных; поворотную – в стройных елях и волшебных узорах снежинок; переносную – в оградах парков, решётках мостов, лестничных маршах, бордюрах, которые издревле были любимым декоративным элементом. Мы привыкаем наблюдать в природе вертикальные оси и плоскости симметрии. Таким образом, симметрия воспринимается как проявление закономерности, порядка, царящего в природе.

При восприятии порядка, очевидно, включается не только «образное», но и «рациональное» полушарие головного мозга. Порядок постигается не только чувством, но и разумом,

не только правым, но и левым полуплоскостью, и потому порядок доставляет нам эстетическое удовлетворение. Поэтому и на уроках математики, приобщая учеников к красоте и тем самым вызывая у них познавательный интерес, мы предлагаем обратить внимание на задания, содержащие идею симметрии. Это прежде всего задания, требующие изобразить симметричную фигуру. Приведём примеры.

Задание 1. Нарисуйте вертолёт (рис. 1), симметричный относительно

- оси Oy ;
- оси Ox ;
- начала координат;
- прямой $y = 2$;
- прямой $x = 2$;
- прямой $y = x$.

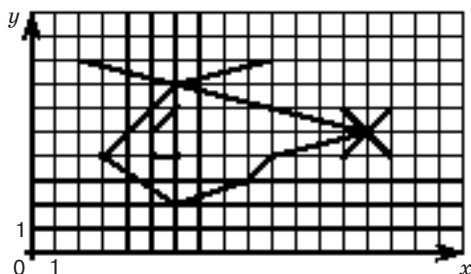


Рис. 1

Задание 2. Закрасьте половину квадрата различными способами (несколько таких способов представлено на рис. 2).

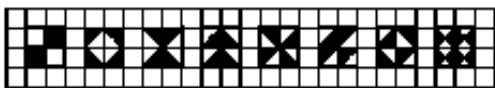


Рис. 2

Помимо представленных, могут предлагаться задания, использующие забавные числовые превращения.

Задание 3. Поставьте в клеточках знаки арифметических действий, скобки так, чтобы равенство было верным.

- $9 \square 9 = 18;$ б) $24 \square 3 = 27;$
 $9 \square 9 = 81;$ $24 \square 3 = 72;$
- $47 \square 2 = 49;$
 $47 \square 2 = 94;$
- $63 : 3 = 6 \square 3 \square 3;$
- $95 : 5 = 9 \square 5 \square 5;$
- $272 + 16 = 2 \square 7 \square 2 \square 16;$
- $815 \square 518 = 297.$

Задание 4. Найдите ошибку в рассуждениях.

$$\begin{array}{r} _ 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45 \\ \underline{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45} \\ 8 + 6 + 4 + 2 + 0 + 2 + 4 + 6 + 8 = 0 \\ 40 = 0 \end{array}$$

Задание 5. Перед вами два столбца чисел, при этом числа второго столбца образованы из тех же цифр, что и числа первого столбца, но с противоположным порядком их расположения. Какой столбец при сложении даст больший результат? Почему?

1 2 3 4 5 6 7 8 9	1
1 2 3 4 5 6 7 8	2 1
1 2 3 4 5 6 7	3 2 1
1 2 3 4 5 6	4 3 2 1
1 2 3 4 5	5 4 3 2 1
1 2 3 4	6 5 4 3 2 1
1 2 3	7 6 5 4 3 2 1
1 2	8 7 6 5 4 3 2 1
1	9 8 7 6 5 4 3 2 1

Идею симметрии также заключают в себе задания, требующие одним росчерком нарисовать фигуру.

Задание 6. Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одной линии дважды, начертите фигуру, изображённую на рис. 3–6.



Рис. 3

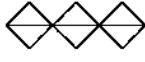


Рис. 4

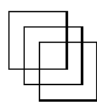


Рис. 5



Рис. 6

Как уже отмечалось, симметрия может проявиться как пропорция, хотя на первый взгляд симметрия и пропорция выглядят как антиподы. Если симметрия порождает однородное строение формы, т.е. заключает в себе идею сохранения, то пропорция обеспечивает однородный рост формы, т.е. содержит идею изменения. Можно сказать, что симметрия – это неизменность состояния, равновесие, а пропорция – это неизменность изменения, неравновесность.

Принцип симметрии, объём собой всю природу от микромира до макрокосма, опускает, тем не менее, одно важнейшее явление – явление роста, изменения, которое и охватывает принцип пропорции. Таким образом, пропорция – это изменение, но не любое, а подчинённое конкретной идее – идее инвариантности. Хорошо знакомым примером переносной симметрии подобия является группа

матрёшек, поставленная в ряд: отношение высот матрёшек или их «угол роста» – та неизменная постоянная, которая характеризует симметрию подобия.

Реализация идеи пропорции в школьном курсе математики может осуществляться при решении следующих задач.

1. Из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого. «Некто оставил в наследство жене, дочери и трём сыновьям 48 000 рублей и завещал жене $\frac{1}{8}$ всей суммы, а каждому из сыновей вдвое больше, чем дочери. Сколько досталось каждому из наследников?»

Решение этой задачи изложено у Л.Ф. Магницкого следующим образом:

«Зри:	$\frac{48\ 000}{8}$	}	6000 жене	
$\frac{48\ 000}{8}$	первому 2	2	12 000	}
$\frac{6\ 000}{8}$	второму 2	7 – 42	2 12 000	
			2 12 000	
42 000	третьему 2		16 000 ».	}
	дочери $\frac{1}{8}$			
Всем детям:	7			}

2. «В жаркий день 6 козцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько козцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса».

3. «Пошёл охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидела зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки и расстояние, которое пробегает собака за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков?» (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем, и собакой.)

4. «Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?»

5. «Говорит дед внукам: "Вот вам 130 орехов. Разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза". Как разделить орехи?»

6. «Некто купил $\frac{3}{4}$ аршина сукна и заплатил за них 3 алтына. Сколько надо заплатить за 100 аршин такого же сукна?»

7. «Один человек купил 112 баранов старых и молодых, заплатив за них 49 рублей и 20 алтын. За старого бара-

на он платил по 15 алтын и по 4 полушки, а за молодого барана по 10 алтын. Сколько каких баранов было куплено?»

8. «Один человек купил 3 курицы и заплатил за них 46 копеек. Первая курица несла по 3 яйца через 4 дня, вторая – по 2 яйца через 3 дня, а третья – по 1 яйцу через 2 дня. Продавал он яйца по 5 штук за полкопейки. За какое время окупятся куры?»

9. «Крестьянин, покупая товары, сначала уплатил первому купцу половину своих денег и ещё 1 рубль; потом уплатил второму купцу половину оставшихся денег да ещё 2 рубля и, наконец, уплатил третьему купцу половину оставшихся денег да ещё 1 рубль. После этого денег у крестьянина совсем не осталось. Сколько денег было у крестьянина первоначально?»

10. «Какой сейчас час, если оставшаяся часть суток равна прошедшей?»

Помимо названных, можно использовать задания, включающие какую-то закономерную последовательность.

Задание 7. Найдите закономерность в вычислениях:

- | | |
|-------------------------|-------------------|
| а) $37 \cdot 3 = 111$; | б) $9^2 = 81$; |
| $37 \cdot 6 = 222$; | $99^2 = 9801$; |
| $37 \cdot 9 = 333$ | $999^2 = 98001$; |
| и т.д.; | $9999^2 = 980001$ |
| | и т.д. |

Задание 8. Поставьте в клеточках знаки арифметических действий так, чтобы равенство было верным:

- а) $9 \square 1 \square 2 = 11$;
 $9 \square 12 \square 3 = 111$;
 $9 \square 123 \square 4 = 1111$;
 $9 \square 1234 \square 5 = 11111$ и т.д.;
- б) $8 \square 12 \square 2 = 98$;
 $8 \square 123 \square 3 = 987$;
 $8 \square 1234 \square 4 = 9876$;
 $8 \square 12345 \square 5 = 98765$ и т.д.

Какова закономерность вычислений?

Другим проявлением симметрии может быть периодичность, пронизывающая окружающий мир во всех направлениях: периоды пульсаров во Вселенной, открытые в 1967 г., и ритмы Солнечной системы – периоды смены дня и ночи, времён года, фаз Луны, приливов и отливов, цветения растений и сезонных миграций животных, известные человечеству из-

